

## 8

## Mathematik

(3)

In dieser Jahrgangsstufe wird der mathematische Abstraktionsprozess kontinuierlich weitergeführt, wobei Anwendungsbezüge ihren besonderen Stellenwert behalten. Die Schüler systematisieren und verallgemeinern Inhalte, die ihnen aus früheren Jahrgangsstufen bekannt sind. Sie üben logisches Argumentieren, das sie bereits im Lauf des bisherigen Unterrichts als ein Wesensmerkmal mathematischen Arbeitens kennengelernt haben. Selbständigkeit und Eigenverantwortung der Schüler werden durch entsprechende Arbeitsmethoden unterstützt. Mit der Funktion wird ein zentraler mathematischer Begriff erarbeitet, der als universelles Hilfsmittel für das Mathematisieren von Zusammenhängen dient. Die Schüler beschäftigen sich näher mit linearen und einfachen gebrochen-rationalen Funktionen und üben beim Umgang damit auch Kalküle ein, die für Anwendungen in naturwissenschaftlichen Fächern und für nachfolgende Jahrgangsstufen notwendig sind. Mit Laplace-Wahrscheinlichkeiten wird ein mathematischer Bereich erschlossen, der im täglichen Leben eine wichtige Rolle spielt und bisher allein der Intuition zugänglich war. In der Geometrie wird den Schülern bei der Formulierung des Strahlensatzes und bei seinen zahlreichen Anwendungen deutlich, wie sich algebraische und geometrische Vorgehensweisen ergänzen.

*In der Jahrgangsstufe 8 erwerben die Schüler folgendes Grundwissen:*

- Sie erkennen und beschreiben funktionale Zusammenhänge.
- Sie können sicher mit linearen Funktionen arbeiten und Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten lösen.
- Sie können mit typischen Beispielen gebrochen-rationaler Funktionen und mit einfachen Bruchtermen umgehen sowie einfache Bruchgleichungen lösen.
- Sie können mit Potenzen mit ganzzahligen Exponenten umgehen.
- Sie sind in der Lage, Umfang und Flächeninhalt von Kreisen zu berechnen.
- Sie können die Strahlensätze anwenden und kennen den Begriff der Ähnlichkeit bei Dreiecken.
- Sie können in konkreten Situationen Laplace-Wahrscheinlichkeiten bestimmen.

### M 8.1 Funktionale Zusammenhänge

In den vorausgegangenen Jahrgangsstufen haben die Schüler unter anderem bei der Beschäftigung mit Diagrammen, relativen Häufigkeiten und Termen zahlreiche Vorerfahrungen mit funktionalen Zusammenhängen gesammelt. Diese systematisieren und vertiefen sie nun, wobei sie eine breite Sicht auf Funktionen gewinnen sollen und die linearen Funktionen als eine spezielle Klasse von Funktionen verstehen. Die zentrale Bedeutung funktionaler Abhängigkeiten erfahren die Schüler anhand vielseitiger Anwendungen.

#### M 8.1.1 Proportionalität (ca. 9 Std.)

Anknüpfend an Alltagserfahrungen lernen die Schüler, die charakteristischen Eigenschaften direkt und indirekt proportionaler Größen in mathematischer Fachsprache zu beschreiben. Dabei finden sie experimentell den Zusammenhang zwischen Kreisumfang und Durchmesser als weiteres Beispiel direkt proportionaler Größen und gewinnen so erste Näherungswerte für die Kreiszahl  $\pi$ . Ihre neuen Kenntnisse über Proportionalitäten wenden sie bei den im täglichen Leben häufig vorkommenden Schlussrechnungen sowie bei naturwissenschaftlichen Fragestellungen an [→ ~~NT 7.1.3 Gesetz von Hooke~~, Ph 8.3 Ohm'sches Gesetz].

- direkte Proportionalität, dabei Zusammenhang zwischen Kreisumfang und Radius
- indirekte Proportionalität

#### M 8.1.2 Funktion und Term (ca. 9 Std.)

Unterschiedliche Beispiele für die Abhängigkeit zweier Größen, die den Schülern aus dem bisherigen Unterricht bekannt sind, fassen sie unter dem übergeordneten Begriff Funktion zusammen. Anhand von Beispielen verschiedenartiger Funktionen gewinnen sie erste Vorstellungen davon, wie Term und Graph sich gegenseitig bedingen und wie Veränderungen bei realen Vorgängen als funktionale Abhängigkeit zweier Größen beschrieben werden können. Dabei unterstützen Funktionsplotter effektives Arbeiten.

Die Jugendlichen beschäftigen sich mit unterschiedlichen funktionalen Abhängigkeiten (z. B. Fieberkurven, Klimadiagramme, Handy-Tarife), die in Form von Tabellen, Diagrammen oder Termen dargestellt sein können. Als spezielles Beispiel für einen nichtlinearen Zusammenhang beschäftigen sie sich ausgehend von

anschaulichen Überlegungen mit der Abhängigkeit des Kreisinhalts vom Radius.

Bei der Arbeit mit Funktionen vertiefen sie ihre Rechenfertigkeiten auch anhand einfacher Bruchterme und erfahren bei unterschiedlichen Fragestellungen ihre algebraischen Fertigkeiten als notwendiges Hilfsmittel.

- Funktionsbegriff
- funktionale Zusammenhänge erfassen und beschreiben, z. B. mit Tabellen, Diagrammen und Termen
- [Zusammenhang zwischen Flächeninhalt und Radius des Kreises](#)

#### **M 8.1.3 Lineare Funktionen (ca. 13 Std.)**

Ausgehend von direkt proportionalen Größen und zahlreichen, aus dem Alltag bekannten linearen Abhängigkeiten machen sich die Schüler mit der linearen Funktion als einem grundlegenden Funktionstyp vertraut. Sie erkennen, dass die Funktionsgleichung jeder linearen Funktion die Koordinatengleichung einer Geraden darstellt. Die Bestimmung von Nullstellen führt sie auf das bereits bekannte Lösen linearer Gleichungen. Sie lernen darüber hinaus, mit linearen Ungleichungen umzugehen.

- Definition der linearen Funktion, Interpretation der Parameter
- Arbeiten mit linearen Funktionen und ihren Graphen
- Lösen linearer Ungleichungen

#### **M 8.1.4 Lineare Gleichungssysteme (ca. 10 Std.)**

Die Schüler erkennen, dass viele Problemstellungen durch ein System linearer Gleichungen treffend beschrieben werden und dass ihre Kenntnisse über lineare Funktionen bei der Lösung hilfreich sind. Sie üben an inner- und außermathematischen Fragestellungen, mit Systemen linearer Gleichungen mit zwei Unbekannten umzugehen.

- graphische und rechnerische Lösung linearer Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten
- Anwendung in Sachzusammenhängen

---

#### **M 8.2 Stochastik: Laplace-Experimente (ca. 12 Std.)**

Anknüpfend an Zufallsexperimente aus der Unterstufe, bei denen absolute und relative Häufigkeiten im Mittelpunkt standen, werden jetzt erstmals Wahrscheinlichkeiten berechnet und als Grad der Erwartung bzw. Grad der Sicherheit einer Prognose interpretiert. Die Schüler betrachten Laplace-Experimente und beschreiben zugehörige Versuchsausgänge unter Verwendung der mathematischen Fachsprache. Sie ermitteln Laplace-Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Baumdiagrammen bzw. durch geschicktes Abzählen. Ein Ausblick auf Zufallsexperimente, die nicht der Laplace-Annahme genügen, weckt bei den Schülern die Einsicht, dass eine umfassendere Formulierung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs notwendig ist.

- Ergebnis, Ergebnisraum, Ereignis
- Berechnung von Laplace-Wahrscheinlichkeiten, Anwenden des Zählprinzips
- Abgrenzung des Begriffs „Laplace-Experiment“ durch Beispiele

---

#### **M 8.3 Funktionale Zusammenhänge: elementare gebrochen-rationale Funktionen (ca. 16 Std.)**

Die Schüler erweitern anknüpfend an indirekt proportionale Größen ihre Kenntnisse über Funktionen durch einfache Beispiele gebrochen-rationaler Funktionen. Dabei vertiefen sie ihre Vorstellung vom Funktionsbegriff. Beispielsweise ausgehend von Schnittpunktsbestimmungen lernen sie, einfache Bruchgleichungen flexibel zu lösen sowie mit Bruchtermen zu rechnen. Das aus Jahrgangsstufe 7 bekannte Rechnen mit Potenzen mit natürlichen Exponenten wird in diesem Zusammenhang auf ganzzahlige Exponenten ausgeweitet.

- Beispiele gebrochen-rationaler Funktionen
- einfache Bruchgleichungen und Bruchterme, Auflösen von Formeln
- Potenzen mit ganzzahligen Exponenten

---

#### **M 8.4 Strahlensatz und Ähnlichkeit [→ Ku 8.4 Perspektive] (ca. 15 Std.)**

Die Schüler erfahren anhand der Strahlensätze, wie Geometrie unter Verwendung algebraischer Methoden für viele praktische Zwecke verfügbar wird. Dadurch wird ihnen erneut die enge Verbindung von Geometrie und Algebra bewusst. Insbesondere üben sie nochmals das Lösen von Bruchgleichungen, die im Zusammenhang mit Proportionen entstehen. Das maßstäbliche Vergrößern bzw. Verkleinern führt die Schüler unmittelbar zur

Ähnlichkeit von Figuren, die den bereits bekannten Kongruenzbegriff verallgemeinert.

Im Sinne einer abrundenden Wiederholung und Vernetzung erkennen die Schüler dabei auch Bezüge zu anderen Inhalten, beispielsweise zur funktionalen Beschreibung von Zusammenhängen.

- Strahlensätze
- Ähnlichkeit von Dreiecken