

## 9

## Mathematik

(4)

In dieser Jahrgangsstufe wächst bei den Schülern das Reflexions- und Urteilsvermögen. Die Jugendlichen werden daher auch im Mathematikunterricht dazu angeregt, verstärkt Lösungen zu hinterfragen, Argumente auszutauschen sowie ihre Ergebnisse unter Verwendung angemessener Fachsprache und mithilfe graphischer Darstellungen zu präsentieren.

Die Schüler erkennen, dass die Menge der rationalen Zahlen sich zur Lösung bestimmter Problemstellungen als nicht ausreichend erweist. Beim Übergang zur Zahlenmenge der reellen Zahlen werden Probleme angesprochen, die bereits in der Mathematik und Philosophie der griechischen Antike [→ Gr 9.3] eine große Rolle spielten. Mit der quadratischen Funktion und deren vielseitiger Anwendung bauen die Jugendlichen ihre Fähigkeiten im funktionalen Denken aus. In Stochastik wird bei der Untersuchung zusammengesetzter Zufallsexperimente ihre Fähigkeit gefördert, vom Zufall bestimmte Vorgänge richtig zu beurteilen. In der Geometrie begegnen sie mit der Satzgruppe des Pythagoras einer mathematisch und kulturhistorisch bedeutsamen Erkenntnis. Diese Sätze wie auch Grundbegriffe der Trigonometrie und die Vertiefung der Raumgeometrie erweitern die Vielfalt an Möglichkeiten, Sachzusammenhänge mathematisch zu erfassen.

*In der Jahrgangsstufe 9 erwerben die Schüler folgendes Grundwissen:*

- Sie sind sich der Notwendigkeit von Zahlenbereichserweiterungen bewusst und können mit Wurzeln und Potenzen umgehen.
- Sie können mit quadratischen Funktionen und deren Graphen sicher umgehen und quadratische Gleichungen sicher lösen.
- Sie können die Aussage des Satzes von Pythagoras erläutern und sicher anwenden.
- Sie kennen die trigonometrischen Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck und können diese auch bei praxisbezogenen Fragestellungen anwenden.
- Sie können den Rauminhalt von Prisma, Pyramide, Zylinder und Kegel bestimmen.
- Sie erkennen elementare Grundfiguren wie Stützdreiecke in räumlichen Objekten.
- Sie können mehrstufige Zufallsprozesse beschreiben und Wahrscheinlichkeiten mithilfe der Pfadregeln berechnen.
- Sie sind sich der Notwendigkeit von Begründungen bewusst.

### M 9.1 Weiterentwicklung der Zahlvorstellung (ca. 14 Std.)

Die Schüler haben am Gymnasium bereits zweimal den zur Verfügung stehenden Zahlenbereich erweitert; die Unvollständigkeit der bisher verwendeten Menge der rationalen Zahlen an einer Nahtstelle zwischen Geometrie und Algebra macht ihnen die Notwendigkeit einer erneuten Erweiterung des Zahlenbereichs deutlich. Über den Wurzelbegriff lernen sie reelle Zahlen kennen, mithilfe numerischer Verfahren bestimmen sie exemplarisch die Dezimalbruchentwicklung irrationaler Zahlen. Schließlich erarbeiten sie [Rechenregeln für Wurzeln und üben den Umgang mit Wurzeltermen](#).

- Quadratwurzel
- Zahlenbereichserweiterung: die Menge der reellen Zahlen; Hinweis auf die Irrationalität von  $\pi$
- iterative Berechnung von Näherungswerten für Quadratwurzeln, dabei Einsatz elektronischer Hilfsmittel [→ Inf 9.1]
- Umgehen mit einfachen Wurzeltermen

### M 9.2 Funktionale Zusammenhänge

In Jahrgangsstufe 8 haben sich die Schüler mit dem Begriff Funktion und verschiedenen Beispielen dazu befasst. Anhand quadratischer Terme entwickeln sie ihre Fähigkeit weiter, funktionale Zusammenhänge zu erfassen. Dabei bewahren sie den breiten Blick auf Funktionen und stellen immer wieder Bezüge zu den ihnen bereits bekannten Funktionen her. Der Einsatz von Funktionsplottern unterstützt die Schüler beim Aufbau des Verständnisses der betrachteten Zusammenhänge.

### M 9.2.1 Graphen quadratischer Funktionen und deren Nullstellen (ca. 18 Std.)

Die Jugendlichen machen sich mit Funktionen zweiten Grades und deren Graphen vertraut. Die Frage nach Nullstellen führt sie dabei unmittelbar zu quadratischen Gleichungen. Bei paralleler Betrachtung von Funktionsgraph und entsprechender Gleichung entwickeln sie Verständnis dafür, wie sich die Änderung von Koeffizienten eines quadratischen Funktionsterms auf Form und Lage der zugehörigen Parabel, auf deren Achsenpunkte und damit auf die Lösungen der entsprechenden Gleichungen auswirkt. Gleichzeitig lernen sie graphische und rechnerische Verfahren zum Lösen quadratischer Gleichungen kennen und erarbeiten sich die allgemeine Lösungsformel. Dabei lernen sie die [binomischen Formeln](#) als nützliches Hilfsmittel kennen.

- binomische Formeln
- Parabeln als Graphen quadratischer Funktionen
- [Lösungsverfahren für quadratische Gleichungen](#)

### M 9.2.2 Quadratische Funktionen in Anwendungen (ca. 16 Std.)

Die Jugendlichen bearbeiten Anwendungsbeispiele aus unterschiedlichen Bereichen. Dabei gehen sie zur Lösung je nach Problemstellung von der zugehörigen quadratischen Funktion und deren Graph oder von der entsprechenden quadratischen Gleichung aus und vertiefen die in M 9.2.1 erarbeiteten Zusammenhänge. Beim Aufstellen von Parabelgleichungen ergibt sich die Notwendigkeit, Kenntnisse über lineare Gleichungssysteme wieder aufzugreifen und zu erweitern. Die Schüler greifen auf die aus dem vergangenen Schuljahr bekannten Funktionstypen zurück und betrachten verschiedene [Schnittprobleme](#); sie lösen die entstehenden Gleichungen rechnerisch und graphisch. [Dabei ergeben sich quadratische Gleichungen auch aus Bruchgleichungen, sodass die Schüler Kenntnisse über Bruchterme aus Jahrgangsstufe 8 auffrischen und vertiefen.](#)

- Aufstellen von quadratischen Funktionen auch aus Sachzusammenhängen [→ Ph 9.3 Kinematik], einfache Extremwertprobleme
- Lösungsverfahren für [lineare Gleichungssysteme mit drei Unbekannten](#)
- gemeinsame Punkte von Funktionsgraphen, u. a. von Gerade und Hyperbel; einfache Bruchgleichungen

---

### M 9.3 Erweiterung des Potenzbegriffs (ca. 6 Std.)

Die Schüler verallgemeinern ihre Kenntnisse über Quadratwurzeln und übertragen die aus den vorherigen Jahrgangsstufen bekannten Rechenregeln auf Potenzen mit rationalen Exponenten, wobei sie auch Grundlagen für die Beschäftigung mit Exponentialfunktionen erwerben.

- allgemeine Wurzeln
- Rechenregeln für Potenzen mit rationalen Exponenten

---

### M 9.4 Stochastik: Zusammengesetzte Zufallsexperimente (ca. 11 Std.)

In direkter Fortführung der Themen aus Jahrgangsstufe 8 beschäftigen sich die Schüler systematisch mit zusammengesetzten Zufallsexperimenten. An Baumdiagrammen veranschaulichen sie den Ablauf solcher Vorgänge. Sie lernen die Pfadregeln als Axiome kennen und verwenden diese zielgerichtet zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten. Die Jugendlichen ergänzen theoretische Überlegungen durch Simulationen z. B. mit Urnen oder Zufallszahlen.

- elementare zusammengesetzte Zufallsexperimente, Pfadregeln und ihre Anwendung

---

### M 9.5 Das rechtwinklige Dreieck

Die Satzgruppe des Pythagoras stellt nicht zuletzt wegen ihrer reichhaltigen Bezüge zu anderen Inhalten für die Schüler ein zentrales Thema dieser Jahrgangsstufe dar. Neben den Aussagen dieser Sätze über Flächeninhalte erfahren die Jugendlichen deren praktische Bedeutung für das Berechnen von Längen. Mit der Einführung von Sinus, Kosinus und Tangens werden weitere Möglichkeiten erschlossen, mit denen Zusammenhänge am rechtwinkligen Dreieck untersucht werden können.

#### M 9.5.1 Die Satzgruppe des Pythagoras (ca. 14 Std.)

Die Schüler erkennen, dass sie mithilfe der pythagoräischen Sätze in rechtwinkligen Dreiecken Berechnungen durchführen und Streckenlängen konstruieren können, deren Maßzahlen Quadratwurzeln sind. Beim Beweis der

Satzgruppe machen sie sich wiederum die generelle Struktur mathematischer Sätze bewusst und üben erneut folgerichtiges Argumentieren. An vielfältigen Beispielen auch aus alltagsbezogenen Sachzusammenhängen ~~sowie beim Erkunden geometrischer Eigenschaften der Parabel~~ wird ihnen die Bedeutung der pythagoräischen Lehrsätze deutlich.

- Katheten- und Höhensatz, Satz des Pythagoras und seine Umkehrung
- Anwendungen im algebraischen und geometrischen Kontext (~~u. a. Parabel aus geometrischer Sicht~~)

#### **M 9.5.2 Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck (ca. 8 Std.)**

Bei der Beschäftigung mit den Zusammenhängen zwischen Winkelmaßen und Seitenlängen in rechtwinkligen Dreiecken werden Sinus, Kosinus und Tangens für spitze Winkel definiert. Die Schüler lösen insbesondere Anwendungsaufgaben u. a. aus der Physik oder dem Vermessungswesen durch Rechnung, wobei ihnen ihr Wissenszuwachs besonders deutlich wird, da sie viele solcher Probleme bislang nur konstruktiv lösen konnten.

- [Sinus, Kosinus und Tangens im rechtwinkligen Dreieck sowie ihre elementaren Beziehungen zueinander](#)
- Werte von Sinus, Kosinus und Tangens für besondere Winkel; Berechnungen an Dreiecken

---

#### **M 9.6 Fortführung der Raumgeometrie (ca. 25 Std.)**

Eigenschaften der aus dem Alltag bekannten Körper Prisma, Zylinder, Pyramide und Kegel werden genauer untersucht. Bei Überlegungen an Schrägbildern und Netzen entwickeln die Schüler ihr räumliches Vorstellungsvermögen weiter, beim Bestimmen von Oberflächeninhalten und Volumina festigen sie ihre Kenntnisse über Flächen- bzw. Raummessung.

Die Schüler zeichnen bzw. skizzieren Schrägbilder, um Längen und Winkel an räumlichen Figuren zu veranschaulichen. Gestützt auf ihre algebraischen Kenntnisse berechnen sie geometrische Größen; sie erfahren erneut, dass diese Fertigkeiten unabdingbare Voraussetzung für mathematisches Handeln sind. Als abrundende Wiederholung und Vernetzung bearbeiten die Jugendlichen Aufgabenstellungen, bei denen auch andere Inhalte dieses oder des vorigen Schuljahrs, wie z. B. Trigonometrie, Strahlensatz oder Funktionen, benötigt werden.

- Netz, Oberflächeninhalt und Volumen von geradem Prisma und geradem Zylinder
- Netz, Oberflächeninhalt und Volumen von Pyramide und Kegel
- Überlegungen an Körpern zur Bestimmung von Streckenlängen und Winkelgrößen; Sachanwendungen