
Fachlehrpläne

Gymnasium: Mathematik 12 (erhöhtes Anforderungsniveau)

gültig ab Schuljahr 2024/25

M12 1: Untersuchung von Funktionen - Stammfunktion, Produkt- und Kettenregel (ca. 33 Std.)

M12 1.1: Ganzrationale Funktionen (mit Parametern) (ca. 8 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- analysieren ganzrationale Funktionen, insbesondere solche mit Parametern, hinsichtlich ihrer Eigenschaften durch flexible und reflektierte Nutzung der Methoden der Differentialrechnung. Bei der Untersuchung von Funktionenscharen verwenden sie auch eine dynamische Mathematiksoftware.
- schließen aus dem Graphen einer Funktion auf den Graphen einer zugehörigen Stammfunktion und begründen ihre Vorgehensweise. Bei ganzrationalen Funktionen ermitteln sie zusätzlich aus dem Funktionsterm die Terme zugehöriger Stammfunktionen.

M12 1.2: Natürliche Exponentialfunktion (ca. 20 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- verstehen die natürliche Exponentialfunktion als eine Funktion, bei der der Funktionsterm und der Term der Ableitungsfunktion übereinstimmen. Auf der Grundlage eines gefestigten Verständnisses von Termstrukturen differenzieren sie damit unter Nutzung von Produkt- und Kettenregel auch geeignete Verknüpfungen der Exponentialfunktion mit ganzrationalen Funktionen.
- machen durch einen Vergleich des Wachstums von Exponential- und Potenzfunktion die Grenzwerte $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^n}{e^x}$ und $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^n \cdot e^x)$ plausibel.

- untersuchen gezielt auch mit den Methoden der Differentialrechnung geeignete Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit ganzrationalen Funktionen hinsichtlich deren Eigenschaften. Sie lösen dabei auftretende Exponentialgleichungen unter Rückgriff auf ihre in der Jahrgangsstufe 10 erworbenen Kenntnisse und verwenden dabei den natürlichen Logarithmus. Insbesondere im Fall vorliegender Parameter nutzen sie zur Untersuchung und Veranschaulichung auch eine dynamische Mathematiksoftware.
- lösen Problemstellungen in Sachkontexten, insbesondere im Rahmen der Modellierung von Wachstums- und Abklingvorgängen, und führen dabei auch beliebige Exponentialfunktionen auf die natürliche Exponentialfunktion zurück. Sie nutzen ihre Ergebnisse für eine fundierte Bewertung von Sachverhalten.

M12 1.3: Sinus- und Kosinusfunktion (ca. 5 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- machen die Ableitungsfunktion der Sinusfunktion und die der Kosinusfunktion anhand graphischer Überlegungen plausibel.
- untersuchen einfache Verknüpfungen der Sinus- bzw. Kosinusfunktion insbesondere mit linearen Funktionen nun auch mit den Methoden der Differentialrechnung.

M12 2: Zufallsgrößen und Binomialverteilung (ca. 22 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- formulieren eine axiomatische Definition von Wahrscheinlichkeit und folgern aus den Axiomen weitere Aussagen über Wahrscheinlichkeiten. Sie vergleichen diesen Wahrscheinlichkeitsbegriff mit anderen Ansätzen zur Begriffsdefinition, z. B. Laplace'scher, frequentistischer oder subjektiver Wahrscheinlichkeitsbegriff.
- erläutern die Begriffe Zufallsgröße, Wahrscheinlichkeitsverteilung sowie kumulative Wahrscheinlichkeitsverteilung und veranschaulichen die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von Zufallsgrößen, z. B. durch Säulendiagramme oder Histogramme mit Rechtecksbreite 1. Sie

bestimmen Erwartungswerte, Varianzen und Standardabweichungen und interpretieren diese.

- führen Sachsituationen durch Analogiebildung auf die Urnenmodelle „Ziehen mit Zurücklegen“ bzw. „Ziehen ohne Zurücklegen“ zurück, um die Anzahl möglicher Ergebnisse auch unter Zuhilfenahme von Binomialkoeffizienten zu bestimmen. In diesen Fällen berechnen sie damit verbundene Wahrscheinlichkeiten.
- modellieren Sachzusammenhänge mit Bernoulli-Ketten und verwenden die Binomialverteilung bei der Berechnung von Wahrscheinlichkeiten. Dabei nutzen sie auch die Summenschreibweise unter Verwendung des Symbols Σ .
- berechnen mithilfe der Parameter der Binomialverteilung den Erwartungswert und die Standardabweichung einer binomialverteilten Zufallsgröße und beschreiben – auch unter Nutzung einer dynamischen Mathematiksoftware – den Einfluss der Parameter auf die grafische Darstellung der Binomialverteilung.

M12 3: Einseitiger Signifikanztest (bei als binomialverteilt angenommenen Merkmalen) (ca. 8 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- beschreiben anhand eines Beispiels das grundsätzliche Vorgehen bei einem einseitigen Signifikanztest und grenzen dabei auch die Statistik von der Wahrscheinlichkeitsrechnung ab. Sie erläutern, inwiefern die Zielsetzung des Tests die Wahl der Nullhypothese beeinflusst.
- berechnen für einseitige Signifikanztests die Wahrscheinlichkeit für den Fehler erster Art sowie unter Annahme der Gültigkeit einer konkreten alternativen Hypothese die Wahrscheinlichkeit für den Fehler zweiter Art. Zur Veranschaulichung der beiden Fehlerwahrscheinlichkeiten nutzen sie eine geeignete Software.
- bestimmen bei gegebenem Signifikanzniveau den Ablehnungsbereich eines einseitigen Signifikanztests.
- interpretieren Ergebnisse einseitiger Signifikanztests im Sachzusammenhang (u. a. Umfragen vor Wahlen) und widerlegen Fehlinterpretationen. Sie erläutern insbesondere, dass ein Signifikanztest keine Aussage über die Wahrscheinlichkeit der Gültigkeit der Nullhypothese zulässt und was unter einem „signifikanten Ergebnis“ verstanden wird.

M12 4: Untersuchung von Funktionen – Quotientenregel, Umkehrfunktion (ca. 29 Std.)

M12 4.1: Gebrochen-rationale Funktionen (ca. 12 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- leiten einfache gebrochen-rationale Funktionen (d. h. Funktionen, bei denen sowohl Zähler- als auch Nennerpolynom höchstens den Grad 2 aufweisen und deren Funktionsterm in vollständig gekürzter Form vorliegt) ab; hierfür nutzen sie insbesondere die Quotientenregel.
- wenden bei der Untersuchung einfacher gebrochen-rationaler Funktionen nun auch die Methoden der Differentialrechnung reflektiert an und nutzen dabei insbesondere in Fällen, in denen die Nullstellen der Ableitungsfunktionen nicht unmittelbar bestimmt werden können, eine dynamische Mathematiksoftware.
- untersuchen u. a. mithilfe der Quotientenregel einfache Verknüpfungen von Funktionen bisher bekannter Funktionstypen.

M12 4.2: Wurzelfunktion (ca. 9 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- schließen mithilfe der strengen Monotonie auf die Umkehrbarkeit einer Funktion und erläutern insbesondere bei Quadrat- und Wurzelfunktion, wie die Graphen von Funktion und zugehöriger Umkehrfunktion auseinander hervorgehen. In einfachen Fällen bestimmen sie rechnerisch den Term der Umkehrfunktion.
- leiten Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten sowie Verknüpfungen dieser Potenzfunktionen mit Funktionen bisher bekannter Funktionstypen ab; hierfür nutzen sie flexibel die Produkt-, die Quotienten- und die Kettenregel.
- untersuchen einfache Verknüpfungen der Wurzelfunktion mit Funktionen bisher bekannter Funktionstypen auch mit den Methoden der Differentialrechnung.

M12 4.3: Natürliche Logarithmusfunktion (ca. 8 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- verstehen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion und nutzen diesen Zusammenhang, um den Funktionsterm der Ableitungsfunktion der natürlichen Logarithmusfunktion herzuleiten.
- untersuchen in einfachen Fällen Verknüpfungen der natürlichen Logarithmusfunktion mit Funktionen bisher bekannter Funktionstypen auch mit den Methoden der Differentialrechnung und nutzen dabei auch die Rechenregeln für Logarithmen sowie die Grenzwerte $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n}$ und $\lim_{x \rightarrow 0} (x^n \cdot \ln x)$.

M12 5: Grundlagen der Koordinatengeometrie im Raum (ca. 20 Std.)

Kompetenzerwartungen und Inhalte

Die Schülerinnen und Schüler ...

- stellen im dreidimensionalen kartesischen Koordinatensystem Punkte, Figuren sowie Körper dar. Sie begründen anhand der Koordinaten von Punkten die besondere Lage von Figuren im Koordinatensystem und beschreiben den Zusammenhang der Koordinaten von Punkten, die bezüglich der Koordinatenebenen, der Koordinatenachsen bzw. des Koordinatenursprungs symmetrisch liegen. Zur Weiterentwicklung ihrer räumlichen Vorstellung verwenden sie auch eine 3D-Geometriesoftware.
- bestimmen rechnerisch und grafisch Summen, Differenzen sowie skalare Vielfache von Vektoren im dreidimensionalen Raum. Dabei nutzen sie auch die Rechengesetze für Vektoren.
- bestimmen mithilfe des Skalarprodukts Längen von Vektoren sowie Größen von Winkeln zwischen Vektoren und nutzen dies für Argumentationen an Figuren.
- nutzen das Vektorprodukt, um einen zu zwei Vektoren orthogonalen Vektor zu bestimmen sowie um Flächeninhalte von Parallelogrammen und Dreiecken und – in Verbindung mit dem Skalarprodukt – Volumina geeigneter Körper zu berechnen.

- wenden bei Berechnungen an geometrischen Körpern und Figuren – auch in Sachzusammenhängen – sowohl die grundlegenden Konzepte und Strategien aus der Unter- und Mittelstufe als auch die Vektorrechnung flexibel an und reflektieren unterschiedliche Lösungswege.