

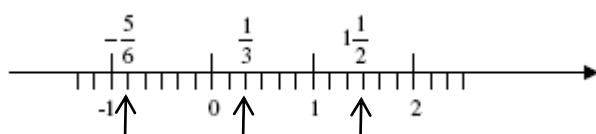
1 Bruchzahlen

1.1 Brüche

Mit Hilfe von **Brüchen** lassen sich Bruchteile vom Ganzen angeben. Der **Nenner** gibt an, in wie viele gleich große Teile ein Ganzes zerlegt wird. Der **Zähler** gibt an, wie viele von diesen gleichen Teilen man nimmt.



Die positiven und die negativen Bruchzahlen bilden mit der Zahl Null die **Menge der rationalen Zahlen** \mathbb{Q} .



Jede ganze Zahl lässt sich als Bruchzahl schreiben.

Brüche mit Nenner 100 werden häufig als **Prozentsätze** angegeben.

$$\frac{17}{100} = 17\%$$

Brüche, bei denen der Zähler größer als der Nenner ist (**unechte Brüche**) lassen sich als gemischte Zahlen schreiben.

$$\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4} \quad 4\frac{3}{4} = 4 + \frac{3}{4} = \frac{16}{4} + \frac{3}{4} = \frac{19}{4}$$

Bei gemischten Zahlen schreibt man statt $1 + \frac{1}{2}$ kürzer: $1\frac{1}{2}$

1.2 Dezimalzahlen

Bei einer **Dezimalzahl** stehen an der ersten Stelle nach dem Komma die Zehntel, an der zweiten die Hundertstel, an der dritten die Tausendstel ...

$$0,07402 = \frac{7402}{100\,000} = \frac{7}{100} + \frac{4}{1000} + \frac{2}{100\,000}$$

Eine Dezimalzahl kann nach dem Komma eine sich ständig wiederholende Ziffer oder Ziffernfolge besitzen, die man **Periode** nennt.

$$2,64545454\dots = 2,6\overline{45}$$

Einen Bruch kann man als endliche Dezimalzahl schreiben, wenn im Nenner des vollständig gekürzten Bruches nur die Primfaktoren 2 und 5 vorkommen.

$$\frac{1}{2^3} = 1 : 8 = 0,125$$

Brüche lassen sich mit Hilfe der Division in Dezimalzahlen umwandeln.

$$\frac{1}{2 \cdot 3} = 1 : 6 = 0,1\overline{6}666\dots = 0,1\overline{6}$$

1.3 Größenvergleich von Brüchen

Brüche vergleicht man, indem man sie entweder auf den gleichen Nenner oder gleichen Zähler bringt.

$\frac{4}{7} < \frac{6}{7}$ Von zwei **Brüchen mit gleichen Nennern** ist derjenige kleiner, der den kleineren Zähler hat.

$\frac{3}{8} < \frac{3}{4}$ Von zwei **Brüchen mit gleichen Zählern** ist derjenige kleiner, der den größeren Nenner hat.

1.4 Kürzen und Erweitern

Kürzen bedeutet, Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl zu dividieren.

$$\frac{20}{36} = \frac{20:4}{36:4} = \frac{5}{9}$$

Erweitern bedeutet, Zähler und Nenner mit derselben Zahl zu multiplizieren.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 7} = \frac{14}{21}$$

Beim Erweitern und Kürzen ändert sich der Wert eines Bruches nicht.

1.5 Addition und Subtraktion von Bruchzahlen

Gleichnamige Brüche werden **addiert (subtrahiert)**, indem man die Zähler addiert (subtrahiert) und den Nenner beibehält.

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}; \quad \frac{2}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2-3}{7} = \frac{-1}{7} = -\frac{1}{7}$$

Falls die Brüche keinen gemeinsamen Nenner haben, müssen sie vorher durch Erweitern oder Kürzen gleichnamig gemacht werden.

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{2} = \frac{6}{10} + \frac{5}{10} = \frac{11}{10}; \quad \frac{12}{16} + 1\frac{3}{8} = \frac{6}{8} + \frac{11}{8} = \frac{17}{8}$$

Dezimalzahlen werden addiert (subtrahiert) wie ganze Zahlen. Man schreibt sie so untereinander, dass Komma unter Komma steht und rechnet stellenweise.

		8	,	4	0	5					1	2	,	0	2	9	3				
		+		1	2	,		0	2	9	3			-		8	,	4	0	5	
				2	0	,		4	3	4	3					3	,	6	2	4	3

1.6 Multiplikation und Division von Bruchzahlen

Brüche werden **multipliziert**, indem man den Zähler mit dem Zähler und den Nenner mit dem Nenner multipliziert.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} = \frac{2 \cdot 9}{3 \cdot 10} = \frac{3}{5}$$

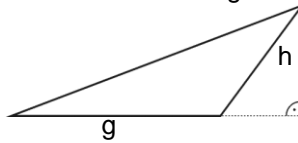
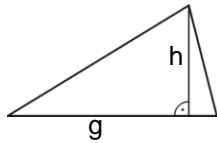
Dezimalzahlen werden **multipliziert**, indem man erst ohne Rücksicht auf die Kommata multipliziert und dann im Ergebnis das Komma so setzt, dass dieses genau so viele Nachkommastellen hat wie die Faktoren zusammen.

		2	,	1	·	0	,	4	7
						8	4		
						1	4	7	
				0	,	9	8	7	

3 Geometrie

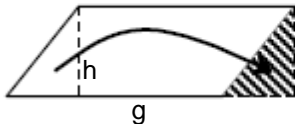
3.1 Flächeninhalte

Dreiecksflächeninhalt = 0,5 mal Grundseite mal Höhe.
Die Höhe kann dabei auch außerhalb des Dreiecks liegen.



$$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

Der Flächeninhalt geradlinig begrenzter Figuren kann man durch Zerlegen oder Ergänzen bestimmen.
Bestimmung des Flächeninhalts eines Parallelogramms:

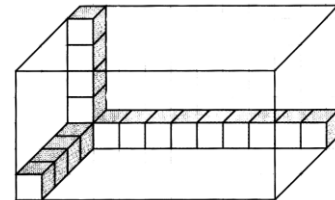
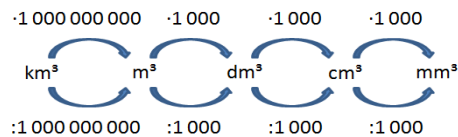


$$A = g \cdot h$$

3.2 Volumen

Die Größe des Raumes, den ein Körper einschließt, nennt man **Rauminhalt** oder **Volumen**.
Der Rauminhalt wird durch Vergleich mit Einheitswürfeln bestimmt.

Die Volumeneinheiten sind $1\text{mm}^3 < 1\text{cm}^3 < 1\text{dm}^3 < 1\text{m}^3$.
Die Umrechnungszahl zwischen zwei benachbarten Volumeneinheiten ist immer 1000.



Bsp.: $17\text{ cm}^3 = 17\,000\text{ mm}^3$; $17\text{ cm}^3 = 0,017\text{ dm}^3$

Besondere Einheiten:

$$1\text{ dm}^3 = 1\text{ l (Liter)}$$

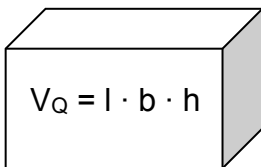
$$1\text{ cm}^3 = 1\text{ ml (Milliliter)}$$

$$100\text{ l} = 1\text{ hl (Hektoliter)}$$

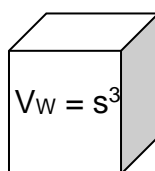
3.3 Volumen von Quader und Würfel

Das Volumen des Quaders ist das Produkt aus Länge (= l), Breite (= b) und Höhe (= h).

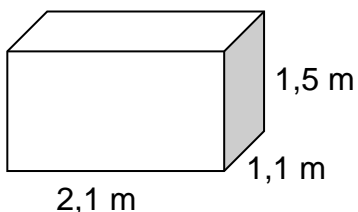
Quader



Würfel



Beispiel: l = 2,1 m; b = 1,1 m; h = 1,5 m



$$V_Q = 2,1\text{ m} \cdot 1,1\text{ m} \cdot 1,5\text{ m} = 3,465\text{ m}^3$$